УДК 521.1:629.78:523.31-852; 521.1:629.78:523.4-852

МОДЕЛИ ВОЗМУЩЕНИЙ ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЫ, СОЗДАВАЕМЫХ РЕАКТИВНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

В.Г. Спицын

Томский политехнический университет
E-mail: spitsyn@ce.cctpu.edu.ru

Исследуются возмущения ионосферной плазмы, создаваемые газовой струей реактивного двигателя космического аппарата, способные оказывать существенное воздействие на распространение и рассеяние радиоволн. Анализируются механизмы образования возмущений ионосферной плазмы космическим аппаратом с работающим двигателем. Излагается стохастическая модель процесса диффузии ионов ионосферной плазмы внутрь газовой струи реактивного двигателя космического аппарата. Приводятся результаты расчетов образования области высокой концентрации заряженных частиц ионосферной плазмы в окрестности границы газовой струи реактивного двигателя космического аппарата. На основе проведенного анализа предлагаются модели плазменных возмущений, создаваемых газовой струей реактивного двигателя космического аппарата в ионосфере.

Введение

Исследование влияния возмущений ионосферной плазмы, создаваемых запускаемыми космическими аппаратами (КА), на распространение радиоволн относится к числу важнейших проблем физики ионосферы и распространения радиоволн. Решение указанной проблемы необходимо для изучения процессов, происходящих в верхних слоях атмосферы при наличии таких возмущений, и выработки рекомендаций для устойчивой работы систем радиосвязи, радиолокации и навигации.

Цель данной работы состоит в исследовании процессов создания ионосферных возмущений факелом КА, способных оказывать существенное воздействие на распространение и рассеяние радиоволн.

Начиная с первых запусков мощных ракет, способных выводить на орбиту искусственные спутники Земли, проблеме взаимодействия газовых струй реактивных двигателей КА с верхними слоями атмосферы уделяется большое внимание. Истечение газовых струй в затопленное пространство и вакуум, а также их взаимодействие со спутным потоком набегающего газа рассматривалось в ряде работ [1–5].

Несмотря на большое количество публикаций, посвященных перечисленным вопросам, в настоящее время нельзя сделать вывод о том, что проблема взаимодействия газовых струй реактивных двигателей КА с верхней атмосферой решена. Трудности построения адекватных моделей взаимодействия обусловлены как сложностью расчета всех процессов, происходящих в факеле ракеты [5], так и необходимостью учета влияния неоднородности атмосферы [4], а также геомагнитного поля на формирование структуры возмущения концентрации заряженных частиц [6].

Широкий спектр проблем, связанных с взаимодействием истекающей газовой струи КА с верхней атмосферой, не позволяет рассмотреть их все. Поэтому ниже проводится анализ основных типов ионосферных возмущений, вызываемых газовой струей КА, способных оказывать существенное воздействие на распространение радиоволн. Основное внимание уделяется разработке модели воздействия КА на ионосферную плазму в области ближней зоны до расстояния, на котором происходит выравнивание давлений газа струи и атмосферы.

1. Механизмы возмущения ионосферной плазмы газовой струей реактивного двигателя космического аппарата

Истечение газов из сопла реактивного двигателя на высотах 100…400 км от поверхности Земли характеризуется большим перепадом давлений на срезе сопла (p_u) и в ионосфере (p_0). Согласно [5, 7], давление на срезе сопла для жидкостных реактивных двигателей составляет величину p_u = 0,02...0,5 кг/см^2, а для двигателей на твердом топливе p_u = 1...3,5 кг/см^2

Полагая p_u = 1 кг/см^2 и используя данные о давлении

в ионосфере, приведенные в [8], можно определить пределы изменения степени нерасчетности n на высотах 100…400 км. $\nu = \pi_{\upsilon} / \pi_0 = 3\cdot10^6...3\cdot10^{10}$.

Характерные значения чисел Маха на срезе сопла $M_{\upsilon} = \varsigma_{\upsilon}/u_{\tau} = 2...5$ ($\varsigma_{\upsilon}, u_{\tau}$ – направленная и тепловая скорости истекающего газа) для жидкостных реактивных двигателей и $M_{\upsilon} = 3$ для двигателей на твердом топливе [5, 7, 9]. Число Маха набегающего спутного потока при скорости КА [illegible] может изменяться в пределах $M_0 = \varsigma_0/u_{\tau} = 3...20,$ где u_{τ} – тепловая скорость частиц в ионосфере.

Согласно [5, 7], степень ионизации газа на срезе сопла изменяется в диапазоне $10^{-6}...10^{-8}$. В ионосферной плазме степень ионизации изменяется от $\cong 10^{-8}$ на высоте 100 км до $\cong 10^{-3}$ на высоте 400 км. Длина свободного пробега нейтральных частиц в ионосфере возрастает от $\lambda_{\nu} \cong 10$ см на высоте 100 км до $\lambda_{\nu} \cong 5$ км на высоте 400 км [10–12].

На высотах ≥ 130 км магнитное поле Земли начинает оказывать существенное влияние на движение ионов плазмы, поскольку длина свободного пробега частиц оказывается больше ларморовского радиуса ионов $\lambda_{\iota} \geq \rho_{\iota}$ (р). $\cong 2...4$

Для строгого решения задачи взаимодействия газовой струи реактивного двигателя КА с ионосферой необходимо совместное решение системы кинетических уравнений, записанных для всех сортов частиц взаимодействующих газов факела и ионосферы. Трудности усугубляются присутствием в ионосфере магнитного поля, влияние которого на движение ионов необходимо учитывать на высотах ≥ 130 км [6].

Поскольку в такой постановке решение задачи практически невозможно, то в ряде работ по взаимодействию газовой струи реактивного двигателя с ионосферой полагается, что при описании взаимодействия применимы уравнения гидродинамики, а ионы и электроны увлекаются нейтральными частицами (роль магнитного поля не учитывается) [5, 7, 13].

В работах [1–4] в указанном приближении проведено численное решение задачи о расширении сверхзвуковых струй в вакуум [1, 2], в затопленное пространство [1, 3] и в спутный сверхзвуковой поток набегающего газа [1, 4].

Вследствие вытеснения ионосферной плазмы слабоионизованным газом струи (степень ионизации которого, как правило, меньше ионосферной на высотах $\geq$ 100 км) на границе струи образуется область высокой концентрации заряженных частиц ионосферной плазмы (ОВК), а внутри струи – область низкой концентрации заряженных частиц (ОНК) [6].

С другой стороны, газовую струю можно рассматривать как некоторое пористое тело, движущееся в ионосфере со скоростью КА. При движении газовой струи происходит как отражение частиц ионосферной плазмы от струи, так и проникновение их внутрь. Отраженные от струи частицы, сталкиваясь с равновесными частицами ионосферной плазмы, возмущают их концентрацию и температуру. Аналогичный случай рассмотрен в работе [14], где источником отраженных молекул является поверхность твердого тела. В результате возмущение образует ударную волну, которая способна распространяться в ионосферной плазме, возмущая ее концентрацию.

Ионы ионосферной плазмы, проникают внутрь струи, сталкиваются с частицами газовой струи, теряя при этом энергию и импульс, вследствие чего происходит их торможение и образование ОВК. Столкновения между частицами газовой струи и ионосферы приводят к повышению температуры газа в области смешения. Часть энергии при столкновениях может переходить во внутреннюю энергию молекул газа. В результате возможна дополнительная термоионизация газа в области смешения. Подобная задача рассмотрена в работе [15] для энергичных молекул, отраженных от поверхности движущегося КА. В следующем разделе остановимся подробнее на результатах численного моделирования процесса образования ОВК и ОНК.

2. Моделирование процесса диффузии ионов ионосферной плазмы внутрь факела космического аппарата

При сверхзвуковом движении слабоионизованной газовой струи реактивного двигателя КА в ионосфере на высотах $\cong$ 200 км ионы ионосферной плазмы могут проникать внутрь газовой струи, отдавая при столкновениях свою энергию и импульс частицам струи, и увязать в ней, образуя область повышенной концентрации заряженных частиц. Решение задачи проводится в приближении химически не реагирующих газов. Плазма предполагается квазинейтральной, так что возмущения концентрации электронов и ионов совпадают.

Модель газовой струи выбирается, исходя из закона сохранения числа частиц расширяющегося слоя газа (div ($N\vec{\varsigma}$) = 0, где N и $\vec{\varsigma}$ – концентрация и скорость частиц газа). В цилиндрической системе координат, связанной с источником (КА), где ось [illegible] направлена в противоположную сторону относительно направления движения КА, для макропараметров газа струи получаются выражения

$$N/N_0 = 0, \ \rho/\zeta \geq \mathrm{tg}\theta_0, \ \zeta \geq \zeta_{\mu}, \quad (1)$$

$$N/N_0 = \zeta_0^2/\zeta^2, \ \rho/\zeta \leq \mathrm{tg}\theta_0, \quad (2)$$

$$T = \mathrm{const}, \ \varsigma_{\zeta} = \mathrm{const}, \ \varsigma_{\rho} = \varsigma_{\zeta}\,\rho/\zeta, \quad (3)$$

где θ_0 – угол полураствора конуса, ζ_0, ζ_{μ} – координаты начала и конца струи, $\zeta_0 = \rho_{\upsilon}/\mathrm{tg}\theta_0$, ρ_{υ} – радиус среза сопла, N_0 – концентрация нейтральных частиц струи на срезе сопла, T, V_z и V_{ρ} – температура и компоненты скорости истекающего газа.

Задача о диффузии ионов разреженной плазмы в движущуюся со сверхзвуковой скоростью струю, задаваемую моделью (1–3), решается методом Монте-Карло [16]. Для однородного газа в разделе 1.2 монографии [6] излагается схема построения дерева возмущения, вызываемого пробной частицей в поле частиц, распределенных по максвелловскому закону. Ниже указанная схема применяется для построения ветви возмущения, вызываемого ионом, движущимся в неоднородном газовом образовании.

При моделировании на ПЭВМ координатное про-

странство делится на ячейки, ограниченные поверхностями θ_i = const и плоскостями ζ_i = const. Предполагается, что отношение значений концентрации частиц $\gamma_v = N_\varphi / N_{\varphi-1} \cong 1$ в ячейках постоянно и близко к 1. При этом координаты границ ячеек растут, как это следует из (2) по закону геометрической прогрессии $\zeta_\varphi \cong \zeta_0 \gamma_v^{\varphi/2}$. Струя ограничивается по оси ζ плоскостью $\zeta = \zeta_\mu$, ζ_μ – выбирается из условий: превышения газового давления в струе к давлению в ионосфере и малого отношения длины пробега иона в k-ой ячейке к размеру ячейки $\chi_\kappa / \Delta\zeta_\kappa << 1$.

По углу θ границы ячеек выбираются равномерно, начиная с некоторого θ_f и до θ_0. В оперативной памяти ПЭВМ выделяется соответствующий массив ячеек для вычисляемой величины возмущения концентрации ионов ΔN. Перед началом работы программы элементам этого массива присваиваются нулевые значения.

Потоку ионов ионосферной плазмы, набегающему на струю, при численном моделировании процесса диффузии ставится в соответствие источник ионов, расположенный на поверхности струи. Выбор начальных координат и скорости иона проводится стандартным способом моделирования произвольного распределения P(y) случайной величины y, изложенным в Приложении 1 монографии [6].

Вероятность нахождения иона на поверхности струи в интервале $\delta\zeta$ координаты ζ определяется выражением

$$\Pi(\zeta)\delta\zeta = \frac{(\zeta - \zeta_0)\delta\zeta}{\cos^2\theta_0 (\zeta_\mu - \zeta_0)^2}. \quad (4)$$

Из (4) и (П1.5) из [6] следует выражение для координаты ζ рождения иона

$$\zeta = \zeta_0 + (\zeta_\mu - \zeta_0)\sqrt{\xi_\zeta},$$

где x_z – случайное число, равномерно распределенное в интервале [0,1].

Азимутальный угол φ, отсчитываемый в плоскости поперечной оси ζ, определяется соотношением

$$\varphi = 2\pi\xi_\varphi,$$

где x_φ – случайное число, равномерно распределенное в интервале [0, 1].

Вероятность пробной частице (иону) иметь скорость $\vec{\upsilon}$ в интервале $\delta\vec{\upsilon}$ на поверхности струи, движущейся со скоростью КА $\vec{\zeta}_0$ относительно ионосферной плазмы, определяется соотношением

$$\Pi(\vec{\upsilon})\delta\vec{\upsilon} = \chi\vec{\nu}(\vec{\upsilon} + \vec{\zeta}_0)\phi(\vec{\upsilon})\delta\vec{\upsilon}, \quad (5)$$

где $\vec{\nu}$ – нормаль к поверхности струи, c – константа нормировки, $\phi(\vec{\upsilon})$ – функция распределения частиц по скоростям. В результате подстановки (5) в (П1.5) из [6] в локальной системе координат с осью ζ, направленной по нормали к поверхности, получаются трансцендентные относительно $\upsilon_\xi, \upsilon_\psi, \upsilon_\zeta$ уравнения

$$\xi_1 = (1 + \Phi(\upsilon_\xi))/2,$$

$$\xi_2 = (1 + \Phi(\upsilon_\psi))/2,$$

$$\xi_3 = \frac{\{\Delta - \exp(-\upsilon_\zeta^2)/(\sqrt{\pi}\zeta_v) + \Phi(\upsilon_\zeta)\}}{(1 + \Delta)}, \quad (6)$$

где

$$\Delta = \Phi(\zeta_v) + \exp(-\zeta_v^2)/(\sqrt{\pi}\zeta_v),$$

$$\zeta_v = \zeta_0 \sin\theta_0,$$

ζ_0 – скорость движения КА, скорости υ и V_n выражены в единицах тепловой скорости ионов υ_n,

$$\Phi(\upsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\upsilon \exp(-\tau^2)\delta\tau \quad (7)$$

– интеграл вероятности.

При вычислениях с целью сокращения времени счета выражения (6–8) табулируются. Выбор времени и места столкновения иона с нейтральной частицей факела проводится в системе координат, связанной с локальным участком газа, перемещающимся со скоростью $\varpi(\rho)$. При столкновении выполняются законы сохранения массы, импульса, энергии и числа входящих и выходящих частиц. Предполагается, что взаимодействие между частицами происходит по закону жестких сфер. Используются выражения, применявшиеся в разделе 1.2 из [6] для нахождения времени между столкновениями и координат следующего столкновения.

Скорости частиц с массами m_0, m_1 и скоростями перед столкновением $\vec{\upsilon}_0$, $\vec{\upsilon}_1$, после столкновения по закону жестких сфер определяются выражениями [17]

$$\vec{\upsilon}_0' = \frac{\vec{\upsilon}_0 + \mu\vec{\upsilon}_1}{1 + \mu} + \vec{\nu}|\vec{\upsilon}_0 - \vec{\upsilon}_1|\mu/(\mu + 1),$$

$$\vec{\upsilon}_1' = \frac{\vec{\upsilon}_0 + \mu\vec{\upsilon}_1}{1 + \mu} - \vec{\nu}|\vec{\upsilon}_0 - \vec{\upsilon}_1|\mu/(\mu + 1), \quad (8)$$

где $\mu = \mu_1/\mu_2$, $\vec{\nu}$ – случайный вектор, равномерно распределенный на поверхности сферы единичного радиуса, при моделировании которого используются выражения (П1.8–П1.14) из [6].

При слежении за k-ым ионом проводится накопление времени его пребывания $\tau_{\kappa\varphi}$ в j-ой ячейке координатного пространства. Наблюдение за ионом прекращается при выходе его за границы струи. После построения M ветвей значение относительного возмущения концентрации ионов в j-ой ячейке координатного пространства (при условии $\zeta_v >> \upsilon_n$) для начальной максвелловской функции распределения ионов по скоростям определяется выражением [6]

$$\frac{\Delta N_\varphi(\rho)}{N_{0'}} = \frac{\Sigma\zeta_v \sum_{\kappa=1}^{M} \tau_{\kappa\varphi}}{M\Omega_\varphi}, \quad (9)$$

где $N_{0'}$ – равновесная концентрация ионов ионосферной плазмы, S – площадь боковой поверхности газовой струи, W_j – объем j-ой ячейки координатного пространства, M – число ветвей возмущения, по которым проводится усреднение.

Затем весь процесс повторяется и при увеличении числа ветвей M результаты, полученные при различных реализациях, стремятся к одному значению. После усреднения по всем реализациям получается искомое среднее значение величины относительного возмущения концентрации ионов. Следует отметить, что величина относительной ошибки вычислений уменьшается с ростом числа ветвей как $1/\sqrt{M}$. Объем статистики при расчетах в данной работе выбирался таким, чтобы обеспечить величину относительной погрешности вычислений $\leq 0,1$.

Результаты проведенных расчетов представлены на рис. 1–4 для следующих значений параметров: скорость движения КА $\upsilon_0 = 5\upsilon_{T}$; скорость газа струи в системе координат, связанной с КА, $\upsilon_\zeta = 2\upsilon_{T\nu}$ ($\upsilon_{T\nu}$ – тепловая скорость нейтральных частиц газа струи); отношение концентрации нейтральных частиц в соседних по z ячейках g_n = 1,1; отношение длины свободного пробега нейтральных частиц газа струи на срезе сопла к величине $\zeta_0 = \rho_\nu/\mathrm{tg}\theta_0$ равно $\lambda_\nu/\zeta_0 = 10^{-5}$ (рис. 1–3) и 10^{-6} (рис. 4); для этих же случаев $\zeta_\mu/\zeta_0 = 1500$ и 4000 соответственно; отношение массы иона к массе нейтральной частицы газа струи $\mu_i/\mu_\nu = 1$ (рис. 1, 4), $\mu_i/\mu_\nu = 0,5$ (рис. 2), $\mu_i/\mu_\nu = 0,25$ (рис. 3). На верхней половине рисунков изображены изолинии, а на нижней – величина возмущения $\Delta N/N_0$, в зависимости от координаты ρ, отсчитываемой от оси струи.

Анализ полученных результатов показывает, что максимум относительного возмущения концентрации ионов располагается в области, прилегающей к границе струи, и составляет величину порядка $\Delta N/N_0 \cong 5$.

Эффект накопления ионов объясняется торможением ионов в газовой струе за счет их столкновений с нейтральными частицами газа струи и увеличением их времени жизни в ячейках координатного пространства. Это, согласно (9), и приводит к образованию области уплотнения.

С уменьшением отношения массы иона к массе нейтральной частицы μ_i/μ_ν (рис. 1–3) размеры возмущенной области увеличиваются, что объясняется тем, что легкие ионы в течение более длительного времени сохраняют энергию при столкновениях с массивными нейтральными частицами и дальше проникают внутрь струи.

Уменьшение отношения длины свободного пробега частиц газовой струи l_u на срезе сопла к величине $\zeta_0 = \rho_\nu/\mathrm{tg}\theta_0$ соответствует увеличению концентрации нейтральных частиц газа струи. Так, при $\zeta_\mu/\zeta_0 = 2$ для $\lambda_\nu/\zeta_0 = 10^{-5}$, 10^{-6} получается $N_\nu \cong 10^{18}$ см$^{-3}$ (рис. 1–3), $N_\nu \cong 10^{19}$ см$^{-3}$ (рис. 4) соответственно. Увеличение плотности газовой струи приводит (рис. 1, 4) к возрастанию числа столкновений ионов с нейтральными частицами струи и к росту величины максимума относительного возмущения концентрации ионов. Как следует из сравнения результатов, представленных на рис. 1 и 4, увеличение расхода топлива на порядок приводит к росту размеров возмущенной области в $\cong\sqrt{10}$ раз.

3. Модели возмущений ионосферной плазмы, создаваемых газовой струей реактивного двигателя космического аппарата

На основе проведенного анализа механизмов возмущения ионосферной плазмы газовой струей реактивного двигателя КА ниже выбираются модели плазменного образования, создаваемого КА в ионосфере [6]. Рассматривается область ближней зоны до расстояния, на котором происходит выравнивание давлений химически не взаимодействующих газа истекающей струи и атмосферного газа.

Первая модель работает на высотах ≥ 300 км, рис. 5 (I). В этом случае, вследствие большой длины свободного пробега нейтральных частиц ионосферной плазмы $\lambda \geq 1$ км, возмущение концентрации заряженных частиц, вызываемое нейтральными частицами, отраженными от газовой струи, мало: $\Delta N/N_0 < 1$. В то же время механизм увязания ионов ионосферной плазмы в газовой струе реактивного двигателя КА работает на этих высотах и возмущение концентрации заряженных частиц ионосферной плазмы представляет собой (как это показали результаты предшествующих расчетов)

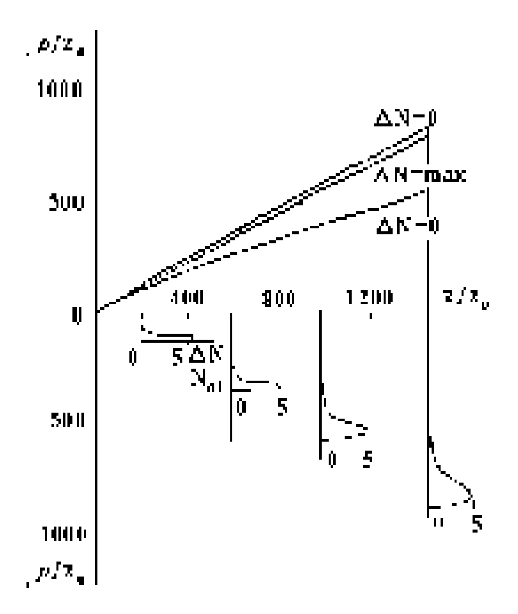


Рис. 1. Относительное возмущение концентрации ионов $\Delta N/N_0$

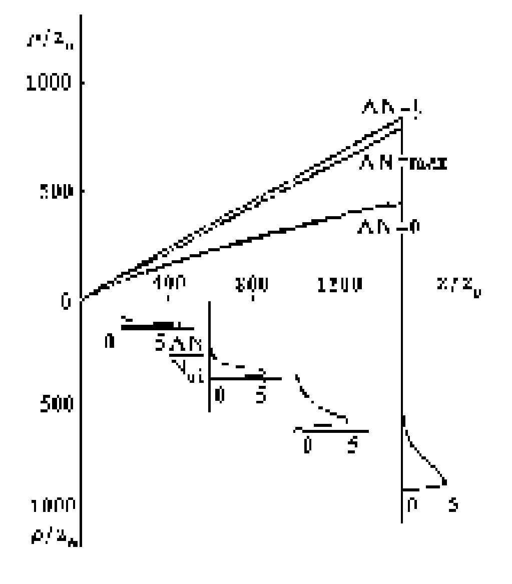


Рис. 2. Относительное возмущение концентрации ионов $\Delta N/N_0$

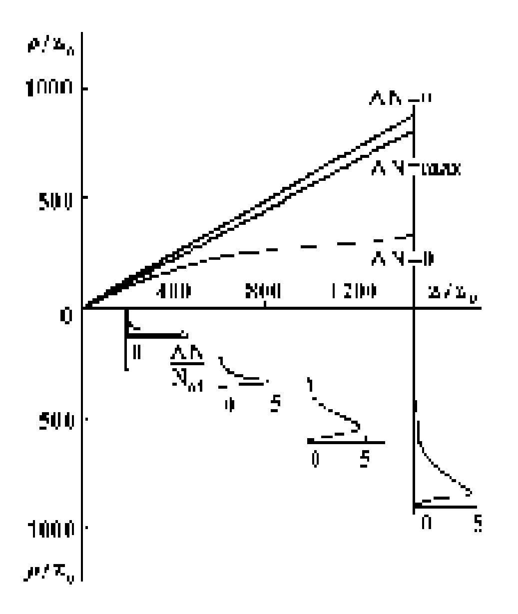


Рис. 3. Относительное возмущение концентрации ионов $\Delta N / N_{0i}$

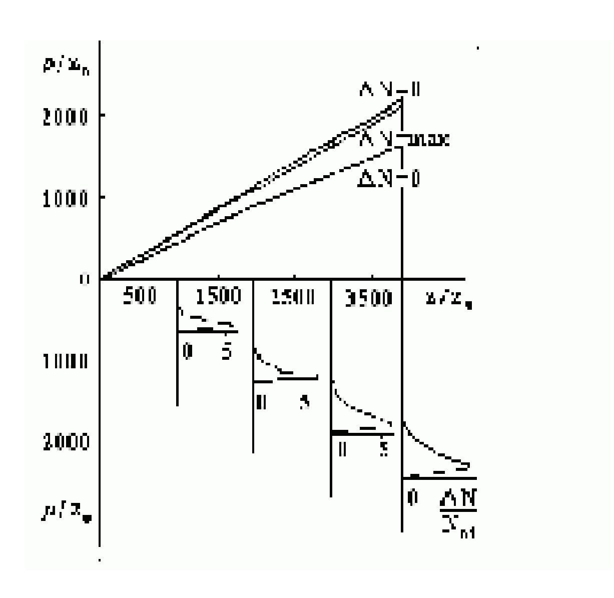


Рис. 4. Относительное возмущение концентрации ионов $\Delta N / N_{0i}$

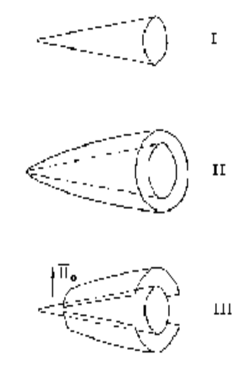


Рис. 5. Модели плазменного образования

осесимметричное квазиконическое плазменное образование.

Относительное значение возмущения концентрации заряженных частиц ионосферной плазмы в начальном участке струи может достигать величины $\cong 5$. Коэффициент отражения радиоволн от поверхности плазменного образования определяется в основном концентрацией электронов и частотой их столкновений с нейтральными молекулами. Оценки показывают, что в среднем в об... ия частота электронных столкновений $\nu_e \le 2 \cdot 10^4\ ^{-1}$ В эт... $\phi \le \sqrt{N_1 / N_{0i}}\, \phi_\pi$ е-...каметровых ради... волн с частотой ($N_1 = N_{0i} + \Delta N$, ϕ_π – плазменная частота ионосферы на высоте движения КА) коэфф... отражения от возмущения близок к 1, так как $\nu_e \ll \phi$ [18, 19].

Известно, что при работе двигателя КА струя истекающих газов турбулизована. Источником турбулентностей могут служить как неравновесные процессы в камере сгорания, сопровождаемые флуктуациями давления и температуры, так и неустойчивости, возникающие при взаимодействии нескольких струй газа, истекающих в пространство с малым давлением.

Вследствие этого, область уплотнения концентрации заряженных частиц ионосферной плазмы, создаваемая факелом КА, будет также турбулизована. Наличию турбулентных вихрей в плазменном образовании можно поставить в соответствие элементарные рассеиватели [20, 21], перемещающиеся вдоль образующей плазменного образования со скоростью истечения струи υ.

Вторая модель справедлива до высот ионосферы ≤ 130 км, где длина свободного пробега частиц в газе сравнима с ларморовским радиусом ионов $\lambda \cong \rho_{ni}$, рис. 5 (II). В этом случае влиянием магнитного поля на движение ионов можно пренебречь и в начальном участке струи возмущение представляет собой совокупность внутреннего и внешнего плазменных образований. Внутреннее плазменное образование (ОВК), как и в первой модели, обусловлено работой механизма увязания ионов. Образование ударной волны частицами, отраженными от факела КА, которое возможно на этих высотах, вследствие малой длины свободного пробега частиц газа, приводит к появлению внешнего плазменного образования.

Третья модель реализуется на высотах ионосферы 130…300 км, где $\lambda \ge \rho_{ni}$ и необходимо учитывать влияние магнитного поля на формирование возмущения заряженных частиц ионосферной плазмы, вызываемого ударной волной, генерируемой факелом КА, рис. 5 (III).

Заключение

1. Проведен анализ механизмов создания возмущений ионосферной плазмы газовой струей реактивного двигателя КА.

2. Исследован механизм образования области высокой концентрации заряженных частиц ионосферной плазмы газовой струей реактивного двигателя КА. Результаты расчетов показывают, что максимум относительного возмущения концентрации ионов располагается в области, прилегающей к границе струи. Эффект

накопления ионов объясняется торможением ионов в газовой струе за счет их столкновений с нейтральными частицами плотного газа струи.

3. На основе проведенного анализа механизмов возмущения ионосферной плазмы газовой струей выбраны модели плазменных образований, создаваемых факелом КА в верхней атмосфере.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аверенкова Г.И., Ашратов Э.А., Волконская Т.Г. и др. Сверхзвуковые струи идеального газа. – М.: Изд-во МГУ. – Ч. 1, 1970. – 279 с., Ч. 2, 1971. – 170 с.
2. Жохов В.А., Хомутский А.А. Атлас сверхзвуковых течений свободно расширяющегося газа, истекающего из осесимметричного сопла // Труды ЦАГИ. – 1970. – Вып. 1224. – 120 с.
3. Иванов М.Я., Киреев В.И. К расчету сильно недорасширенных сверхзвуковых затопленных струй // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. – 1976. – Т. 16. – № 3. – С. 750–757.
4. Прозорова Э.В. Влияние стратификации на расширение струи в разреженном газе // Математическое моделирование. – 1999. – Т. 11. – № 2. – С. 115–119.
5. Аэродинамика ракет / Под ред. М. Хемша и Дж. Нилсена. – М.: Мир, 1989. – Т. 1. – 426 с., Т. 2. – 510 с.
6. Спицын В.Г. Моделирование рассеяния радиоволн на возмущениях ионосферной плазмы, создаваемых космическим аппаратом. – Томск: Изд-во “STT”, 2002. – 174 с.
7. Энергетические характеристики космических радиолиний / Под ред. О.А. Зенкевича. – М.: Советское радио, 1972. – 436 с.
8. Горбатенко С.А., Макашов Э.М., Полушкин Ю.Ф., Шефтель Л.В. Механика полета. – М.: Машиностроение, 1969. – 420 с.
9. Фертрегт М. Основы космонавтики. – М.: Просвещение, 1969. – 301 с.
10. Альперт Я.Л., Гуревич А.В., Питаевский Л.П. Искусственные спутники в разреженной плазме. – М.: Наука, 1964. – 384 с.
11. Гершман Б.Н. Динамика ионосферной плазмы. – М.: Наука, 1974. – 256 с.
12. Фаткуллин М.Н., Зеленова Т.И., Козлов В.К. и др. Эмпирические модели среднеширотной ионосферы. – М.: Наука, 1981. – 256 с.
13. Draper J.S., Sutton E.A. A nomogram for high-altitude plume structures // J. Spacecraft and Rocket. – 1973. – V. 10. – P. 682–684.
14. Сарычев В.Т., Спицын В.Г. Разогрев ионов нейтралами, отраженными от поверхности быстродвижущегося тела в плазме // Исследования по электродинамике и распространению электромагнитных волн. – Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1977. – С. 131–134.
15. Сарычев В.Т., Спицын В.Г. Дополнительная ионизация, производимая в ионосфере отраженными от поверхности ИСЗ нейтралами // Ионосферные исследования. – № 26. – М.: Советское радио, 1978. – С. 51–55.
16. Соболь И.М. Численные методы Монте-Карло. – М.: Наука, 1973. – 311 с.
17. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. – М.: Наука, 1973. – 208 с.
18. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. – М.: Наука, 1967. – 684 с.
19. Альперт Я.Л. Распространение электромагнитных волн в ионосфере. – М.: Наука, 1972. – 563 с.
20. Draper J.S., Jarvinen P.O., Conley T.D. Analysis of radar return from turbulent high-altitude rocket exhaust plumes // American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal. – 1970. – V. 8. – № 9. – P. 1568–1573.
21. Спицын В.Г. Рассеяние электромагнитных волн на турбулентных плазменных телах вращения // Радиотехника и электроника. – 1996. – Т. 41. – № 6. – С. 730–734.